dysleksja

MATERIAŁ DIAGNOSTYCZNY Z MATEMATYKI

Arkusz II

POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy 150 minut

Instrukcja dla ucznia

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 12 ponumerowanych stron. Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego badanie.
2. Rozwiązania i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
8. Wypełnij tę część karty odpowiedzi, którą koduje uczeń. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla oceniającego.
9. Na karcie odpowiedzi wpisz swoją datę urodzenia i PESEL. Zamaluj ■ pola odpowiadające cyfrom numeru PESEL. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.

Życzymy powodzenia!

ARKUSZ II

GRUDZIEŃ

ROK 2005

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**

Wypełnia uczeń przed rozpoczęciem pracy

PESEL UCZNIA

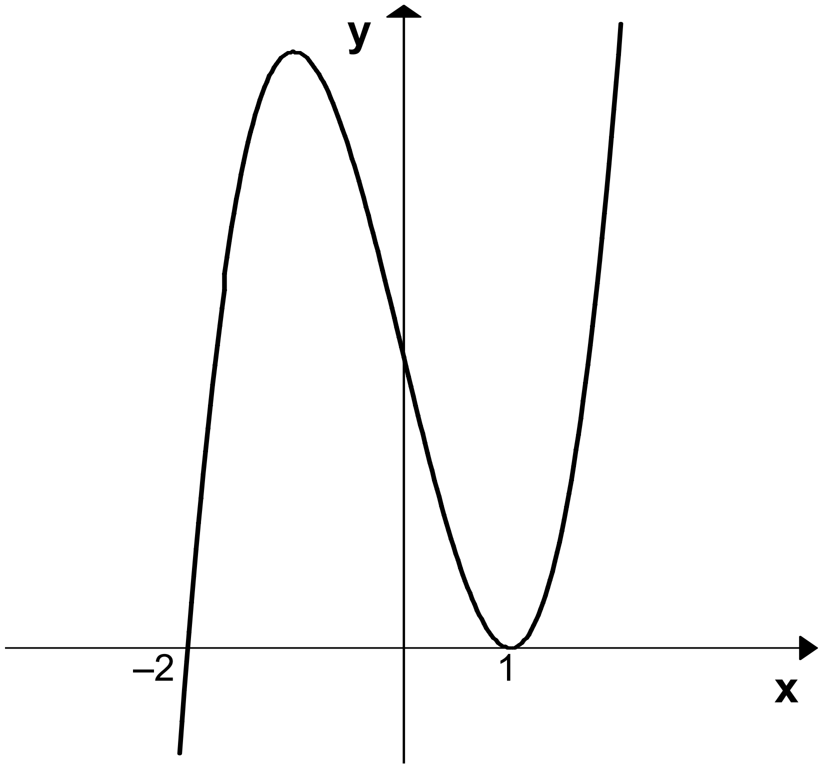
Wypełnia uczeń przed rozpoczęciem pracy

KOD UCZNIA

Zadanie 11. (*6 pkt*)

Wyznacz wszystkie liczby całkowite k, dla których funkcja $f(x) = x^2 - 2^k \cdot x + 2^k + \frac{5}{4}$ przyjmuje wartości dodatnie dla każdego $x \in R$.

Zadanie 12. (*5 pkt*)



Powyższy rysunek przedstawia fragment wykresu pewnej funkcji wielomianowej $W(x)$ stopnia trzeciego. Jedynymi miejscami zerowymi tego wielomianu są liczby (-2) oraz 1, a pochodna $W'(-2)=18$.

a) Wyznacz wzór wielomianu $W(x)$.

b) Wyznacz równanie prostej stycznej do wykresu tego wielomianu w punkcie o odciętej $x=3$.

Zadanie 13. (*5 pkt*)

Sporządź wykres funkcji $f(x)=\left|\frac{x-4}{x-2}\right|$, a następnie korzystając z tego wykresu, wyznacz wszystkie wartości parametru k, dla których równanie $\left|\frac{x-4}{x-2}\right|=k$, ma dwa rozwiązania, których iloczyn jest liczbą ujemną.

Zadanie 14. (*4 pkt*)

Niech $A, B \subset \Omega$ będą zdarzeniami losowymi, takimi że $P(A) = \frac{5}{12}$ oraz $P(B) = \frac{7}{11}$.

Zbadaj, czy zdarzenia A i B są rozłączne.

Zadanie 15. (*5 pkt*)

Dany jest nieskończony ciąg geometryczny postaci: $2, \frac{2}{p-1}, \frac{2}{(p-1)^2}, \frac{2}{(p-1)^3}, \ldots$.

Wyznacz wszystkie wartości p, dla których granicą tego ciągu jest liczba:

a) 0.

b) 2.

Zadanie 16. (*7 pkt*)

Dane jest równanie postaci $(\cos x - 1)\cdot(\cos x + p + 1) = 0$, gdzie $p \in R$ jest parametrem.

a) Dla $p = -1$ wypisz wszystkie rozwiązania tego równania należące do przedziału $\langle 0;5 \rangle$.

b) Wyznacz wszystkie wartości parametru p, dla których dane równanie ma w przedziale $\langle -\pi;\pi \rangle$ trzy różne rozwiązania.

Zadanie 17. (*4 pkt*)

W trójkącie prostokątnym ABC ($\sphericalangle BCA = 90^\circ$) dane są długości przyprostokątnych: $|BC| = a$ i $|CA| = b$. Dwusieczna kąta prostego tego trójkąta przecina przeciwprostokątną AB w punkcie D. Wykaż, że długość odcinka CD jest równa $\frac{a \cdot b}{a+b} \cdot \sqrt{2}$. Sporządź pomocniczy rysunek uwzględniając podane oznaczenia.

Zadanie 18. (*8 pkt*)

Oblicz miary kątów dowolnego czworokąta wpisanego w okrąg o promieniu $R = 5\sqrt{2}$, wiedząc ponadto, że jedna z przekątnych tego czworokąta ma długość 10, zaś iloczyn sinusów wszystkich jego kątów wewnętrznych równa się $\frac{3}{8}$.

Zadanie 19. (*6 pkt*)

Korzystając z zasady indukcji matematycznej, udowodnij, że każda liczba naturalna $n \geq 5$ spełnia nierówność $2^n > n^2 + n - 1$.

BRUDNOPIS