Schemat oceniania arkusza II

Uwaga: *Za prawidłowe rozwiązanie każdego z zadań inną metodą niż przedstawiona w schemacie należy przyznać maksymalną liczbę punktów.*

Nr zadania	Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
11	11.1.	Zapisanie, że warunki zadania zostaną spełnione wtedy, gdy wyróżnik danego trójmianu będzie ujemny.	1
	11.2.	Obliczenie wyróżnika trójmianu: $\Delta = 2^{2k} - 4 \cdot 2^k - 5$.	1
	11.3.	Wprowadzenie pomocniczej niewiadomej, np.: $t = 2^k$ i $t > 0$.	1
	11.4.	Rozwiązanie nierówności $t^2 - 4t - 5 < 0$: $t \in (-1;5)$.	1
	11.5.	Zapisanie nierówności $0 < 2^k < 5$.	1
	11.6.	Zapisanie zbioru liczb k spełniających warunki zadania: $\{k \in C : k \le 2\}$.	1
12	12.1.	Zapisanie wielomianu w postaci $W(x) = a(x+2)(x-1)^2$, gdzie $a \neq 0$.	1
	12.2.	Obliczenie współczynnika a, w tym: • 1 punkt, za obliczenie pochodnej $W'(x) = a \cdot (x-1)^2 + 2a \cdot (x-1) \cdot (x+2)$, • 1 punkt, za rozwiązanie równania $W'(-2) = 18$ z niewiadomą a: $a = 2$.	2
	12.3.	Wyznaczenie równania szukanej stycznej: $y = 48x - 104$, w tym: • 1 punkt, za obliczenie $W(3) = 40$, • 1 punkt, za obliczenie $W'(3) = 48$ i zapisanie równania stycznej.	2
13	13.1.	Sporządzenie wykresu funkcji $g(x) = \dfrac{x-4}{x-2}$.	2
	13.2.	Sporządzenie wykresu funkcji $f(x) = \lvert g(x) \rvert$.	1
	13.3.	Odczytanie z wykresu funkcji f szukanych wartości k: $k \in (1;2)$, w tym : • 1 punkt za obliczenie wartości $f(0) = 2$	2
14	14.1.	Wykorzystanie własności $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ i zapisanie, że $P(A \cap B) = \dfrac{139}{132} - P(A \cup B)$.	1
	14.2.	Zauważenie i zapisanie, że $P(A \cup B) \le 1$.	1
	14.3.	Wywnioskowanie z powyższych warunków, że $P(A \cap B) > 0$.	1

	14.4.	Zapisanie odpowiedzi: zdarzenia A i B nie są rozłączne ($A \cap B \neq \varnothing$).	1
	Inna metoda	1. Użycie wzoru $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$, gdy $A \cap B = \varnothing$ 1pkt 2. Stwierdzenie, że $P(A) + P(B) > 1$ 1pkt 3. Stwierdzenie sprzeczności (np. z warunku $P(A \cup B) \leq 1$) i wniosek $A \cap B \neq \varnothing$ 2 pkt	4
15	15.1.	Zapisanie warunku zbieżności danego ciągu do liczby 0: $\left\lvert \frac{1}{p-1} \right\rvert < 1$ i $p \neq 1$.	1
	15.2.	Rozwiązanie nierówności $\left\lvert \frac{1}{p-1} \right\rvert < 1$: $p \in (-\infty;0) \cup (2;\infty)$, w tym: • 1 punkt za metodę rozwiązania • 1 punkt za napisanie rozwiązania nierówności	2
	15.3.	Zapisanie warunku zbieżności ciągu do liczby 2: $\frac{1}{p-1} = 1$	1
	15.4	Rozwiązanie równania $\frac{1}{p-1} = 1$ i podanie wartości parametru *p: p*=2	1
16	16.1.	Podstawienie wartości $p = -1$ do danego równania i zapisanie alternatywy: $\cos x = 0$ lub $\cos x = 1$.	1
	16.2.	Wypisanie rozwiązań powyższych równań elementarnych należących do przedziału $\langle 0;5 \rangle$: $x \in \left\{ 0, \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi \right\}$. *Uwaga:* *Jeżeli zdający rozwiąże równania* $\cos x = 0$ *oraz* $\cos x = 1$ *w zbiorze liczb rzeczywistych, to otrzymuje 1 punkt.*	1
	16.3.	Zapisanie alternatywy: $\cos x = 1$ lub $\cos x = -p - 1$.	1
	16.4.	Zapisanie, że $x = 0$ jest jednym z szukanych rozwiązań (niezależnie od wartości parametru p).	1
	16.5	Zapisanie układu równań nierówności $-1 \leq -p - 1 < 1$	1
	16.6.	Rozwiązanie powyższego układu nierówności: $p \in (-2;0\rangle$ i stwierdzenie, że każda wartość $p \in (-2;0\rangle$ spełnia warunek określony w zadaniu.	2

17	17.1.	Sporządzenie rysunku uwzględniającego oznaczenia podane w treści zadania.	1
	17.2.	Zapisanie równości pola danego trójkąta i sumy pól trójkątów powstałych z podziału tego trójkąta odcinkiem CD, którego długość $\lvert CD\rvert = d$: $\frac{1}{2}a\cdot d\cdot \sin 45^\circ + \frac{1}{2}b\cdot d\cdot \sin 45^\circ = \frac{1}{2}a\cdot b$.	1
	17.3.	Podstawienie do powyższego równania $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ oraz wyłączenie niewiadomej d przed nawias.	1
	17.4.	Zapisanie rozwiązania powyższego równania w postaci opisanej w tezie twierdzenia.	1
	Inna metoda	• 1 punkt, za sporządzenie rysunku uwzględniającego oznaczenia podane w treści zadania, • 1 punkt, za zauważenie i zapisanie, że szukany odcinek CD, o długości, np.: $\lvert CD\rvert = d$, jest przekątną kwadratu o boku długości np.: c, wpisanego w dany trójkąt $\left(d = c\sqrt{2}\right)$, • 1 punkt, za wykorzystanie podobieństwa odpowiednich trójkątów (lub wykorzystanie tw. Talesa) i zapisanie równania z niewiadomą c, np.: $\frac{b-c}{c} = \frac{b}{a}$, • 1 punkt, za rozwiązanie równania $c = \frac{ab}{a+b}$: $d = \frac{ab}{a+b}\cdot\sqrt{2}$.	
18	18.1.	Sporządzenie pomocniczego rysunku lub wprowadzenie precyzyjnie opisanych oznaczeń, np.: $\sphericalangle DAB = \alpha$, $\sphericalangle ABC = \beta$, $\sphericalangle BCD = \gamma$, $\sphericalangle CDA = \delta$.	1
	18.2.	Zastosowanie własności miar kątów czworokąta wpisanego w okrąg i zapisanie, że np.: $\gamma = 180^\circ - \alpha$ $\left(\delta = 180^\circ - \beta\right)$.	1
	18.3.	Wyznaczenie miary kąta α: $\alpha = 45^\circ$ (lub $\alpha = 135^\circ$) - w tym 1 punkt za skorzystanie z twierdzenia sinusów (lub twierdzenia cosinusów i twierdzenia o kącie wpisanym i środkowym w kole).	2
	Inna metoda	Zamiast czynności 18.2 i 18.3: Przekątna tworzy wraz z dwoma promieniami trójkąt prostokątny, ponieważ $(10)^2 = \left(5\sqrt{2}\right)^2 + \left(5\sqrt{2}\right)^2$. Wyznaczenie miar kątów z twierdzenia o kącie wpisanym i środkowym.	3
	18.4.	Wykorzystanie wzorów redukcyjnych i zapisanie, że $\sin^2\beta = \frac{3}{4}$.	2
	18.5.	Wyznaczenie miary kąta β: $\beta = 60^\circ$ (lub $\beta = 120^\circ$).	1

	18.6.	Zapisanie odpowiedzi: miary kątów czworokąta $ABCD$ to: 45°, 60°, 120°, 135° . *Uwaga: nie jest oceniana kolejność podawanych miar kątów czworokąta z rozważanej rodziny.*	1
19	19.1.	Sprawdzenie, że nierówność zachodzi dla $n = 5$.	1
	19.2.	Sformułowanie założenia i tezy indukcyjnej, np.: należy wykazać, że dla każdej liczby naturalnej $k \geq 5$ zachodzi implikacja: jeżeli $2^k > k^2 + k - 1$, to $2^{k+1} > (k+1)^2 + (k+1) - 1$.	1
	19.3.	Udowodnienie tezy indukcyjnej, w tym: • 1 punkt, za wykorzystanie założenia indukcyjnego, • 1 punkt, za doprowadzenie do nierówności $k^2 - k - 3 > 0$, • 2 punkty, za rozwiązanie powyższej nierówności w zbiorze liczb rzeczywistych oraz za zapisanie, że każda liczba naturalna $k \geq 5$ spełnia nierówność $k^2 - k - 3 > 0$. *Uwaga: Jeżeli uczeń zauważy i zapisze, że dla $k \geq 5$ iloczyn dwóch kolejnych liczb naturalnych $k \cdot (k-1)$ jest liczbą większą niż 3, to otrzymuje obydwa punkty.*	4