Miejsce na naklejkę z kodem szkoły

dysleksja ☐

MMA-R1A1P-062

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

Arkusz II

POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy 150 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 14 stron (zadania 12 – 21). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą możesz uzyskać za jego poprawne rozwiązanie.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
9. Wypełnij tę część karty odpowiedzi, którą koduje zdający. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
10. Na karcie odpowiedzi wpisz swoją datę urodzenia i PESEL. Zamaluj ■ pola odpowiadające cyfrom numeru PESEL. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ◉ i zaznacz właściwe.

Życzymy powodzenia!

ARKUSZ II

MAJ ROK 2006

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**

Wypełnia zdający przed rozpoczęciem pracy

PESEL ZDAJĄCEGO

KOD ZDAJĄCEGO

Zadanie 12. (*5 pkt*)

Korzystając z zasady indukcji matematycznej wykaż, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ prawdziwy jest wzór: $1 \cdot 3 \cdot (1!)^2 + 2 \cdot 4 \cdot (2!)^2 + \cdots + n(n+2)(n!)^2 = \left[(n+1)!\right]^2 - 1$.

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	12.1.	12.2.	12.3.	12.4.	12.5.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt					

Zadanie 13. (*5 pkt*)

Dany jest ciąg (a_n), gdzie $a_n = \dfrac{5n+6}{10(n+1)}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

a) Zbadaj monotoniczność ciągu (a_n).

b) Oblicz $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$.

c) Podaj największą liczbę a i najmniejszą liczbę b takie, że dla każdego n spełniony jest warunek $a \leq a_n \leq b$.

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	13.1.	13.2.	13.3.	13.4.	13.5.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt					

Zadanie 14. (*4 pkt)*

a) Naszkicuj wykres funkcji $y = \sin 2x$ w przedziale $< -2\pi, 2\pi >$.

b) Naszkicuj wykres funkcji $y = \frac{|\sin 2x|}{\sin 2x}$ w przedziale $< -2\pi, 2\pi >$

i zapisz, dla których liczb z tego przedziału spełniona jest nierówność $\frac{|\sin 2x|}{\sin 2x} < 0$.

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	14.1.	14.2.	14.3.	14.4.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

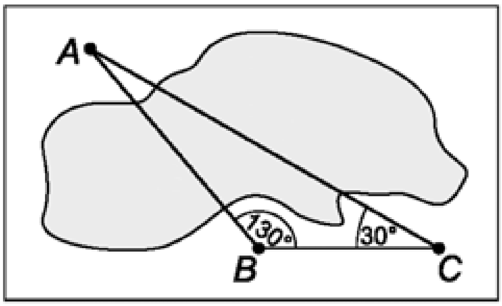
Zadanie 15. (*4 pkt)*

Uczniowie dojeżdżający do szkoły zaobserwowali, że spóźnienie autobusu zależy od tego, który z trzech kierowców prowadzi autobus. Przeprowadzili badania statystyczne i obliczyli, że w przypadku, gdy autobus prowadzi kierowca A, spóźnienie zdarza się w 5% jego kursów, gdy prowadzi kierowca B w 20% jego kursów, a gdy prowadzi kierowca C w 50% jego kursów. W ciągu 5-dniowego tygodnia nauki dwa razy prowadzi autobus kierowca A, dwa razy kierowca B i jeden raz kierowca C. Oblicz prawdopodobieństwo spóźnienia się szkolnego autobusu w losowo wybrany dzień nauki.

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	15.1.	15.2.	15.3.	15.4.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

Zadanie 16. (*3 pkt*)

Obiekty *A* i *B* leżą po dwóch stronach jeziora. W terenie dokonano pomiarów odpowiednich kątów i ich wyniki przedstawiono na rysunku. Odległość między obiektami *B* i *C* jest równa 400 m. Oblicz odległość w linii prostej między obiektami *A* i *B* i podaj wynik, zaokrąglając go do jednego metra.



Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	16.1.	16.2.	16.3.
	Maks. liczba pkt	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt			

Zadanie 17. (*6 pkt)*

Na okręgu o promieniu r opisano trapez równoramienny $ABCD$ o dłuższej podstawie AB i krótszej CD. Punkt styczności S dzieli ramię BC tak, że $\frac{|CS|}{|SB|} = \frac{2}{5}$.

a) Wyznacz długość ramienia tego trapezu.

b) Oblicz cosinus $|\sphericalangle CBD|$.

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	17.1.	17.2.	17.3.	17.4.	17.5.	17.6.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt						

Zadanie 18. (*7 pkt*)

Wśród wszystkich graniastosłupów prawidłowych trójkątnych o objętości równej $2\ \mathrm{m}^3$ istnieje taki, którego pole powierzchni całkowitej jest najmniejsze. Wyznacz długości krawędzi tego graniastosłupa.

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	18.1.	18.2.	18.3.	18.4.	18.5.	18.6.	18.7.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt							

Zadanie 19. (*7 pkt*)

Nieskończony ciąg geometryczny (a_n) jest zdefiniowany wzorem rekurencyjnym: $a_1 = 2,\ a_{n+1} = a_n \cdot \log_2(k-2),$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Wszystkie wyrazy tego ciągu są różne od zera. Wyznacz wszystkie wartości parametru *k*, dla których istnieje suma wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu (a_n).

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	19.1.	19.2.	19.3.	19.4.	19.5.	19.6.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	2	1
	Uzyskana liczba pkt						

Zadanie 20. (*4 pkt*)

Dane są funkcje $f(x) = 3^{x^2-5x}$ i $g(x) = \left(\frac{1}{9}\right)^{-2x^2-3x+2}$.

Oblicz, dla których argumentów x wartości funkcji f są większe od wartości funkcji g.

<table>
<tr><td rowspan="3">Wypełnia egzaminator!</td><td>Nr czynności</td><td>20.1.</td><td>20.2.</td><td>20.3.</td><td>20.4.</td></tr>
<tr><td>Maks. liczba pkt</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Uzyskana liczba pkt</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Zadanie 21. (*5 pkt*)

W trakcie badania przebiegu zmienności funkcji ustalono, że funkcja f ma następujące własności:

- jej dziedziną jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych,
- f jest funkcją nieparzystą,
- f jest funkcją ciągłą

oraz:

$f'(x) < 0$ dla $x \in (-8, -3)$,

$f'(x) > 0$ dla $x \in (-3, -1)$,

$f'(x) < 0$ dla $x \in (-1, 0)$,

$f'(-3) = f'(-1) = 0$,

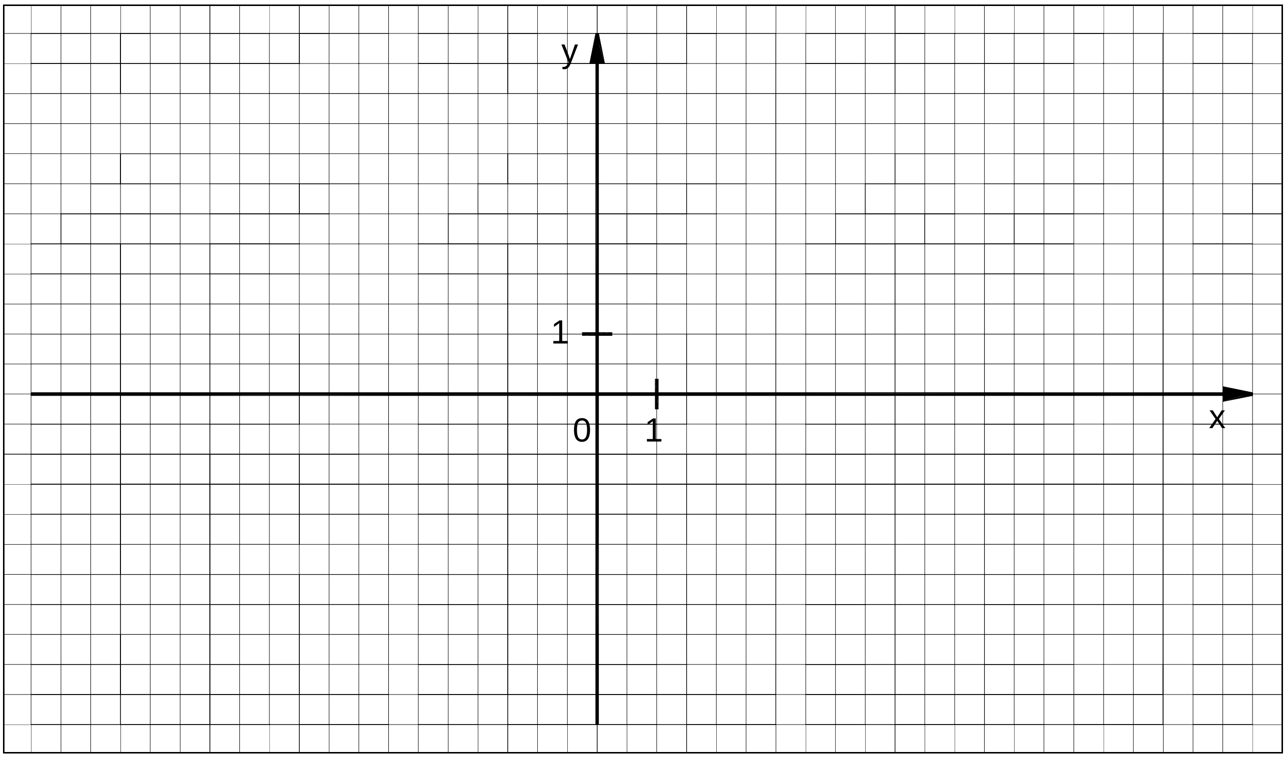
$f(-8) = 0$,

$f(-3) = -2$,

$f(-2) = 0$,

$f(-1) = 1$.

W prostokątnym układzie współrzędnych na płaszczyźnie naszkicuj wykres funkcji f w przedziale $\langle -8, 8 \rangle$, wykorzystując podane powyżej informacje o jej własnościach.



<table>
<tr><td rowspan="3">Wypełnia egzaminator!</td><td>Nr czynności</td><td>21.1.</td><td>21.2.</td><td>21.3.</td></tr>
<tr><td>Maks. liczba pkt</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td></tr>
<tr><td>Uzyskana liczba pkt</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

BRUDNOPIS